Тема 1.3 **ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АЛГОРИТМИЗАЦИИ**

***Логика*** – это наука о формах и способах мышления (первые учения – Древний Восток).

Основными формами мышления являются понятие, высказывание и умозаключение.

*Понятие* – это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта (например, прямоугольник, компьютер).

*Высказывание* – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается, формулировка своего понимания окружающего мира (например, принтер является устройством печати, Буква «а» - гласная).

*Умозаключение* – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение – заключение (например, все углы равнобедренного треугольника равны → это треугольник равносторонний).

Составляющей алгоритмов являются логические условия, вычисление значений которых происходит в соответствии с аксиомами алгебры логики.

Основоположником формальной логики является Аристотель (IV до н.э.), а основы математической логики заложил англ.математик Джордж Буль. Основу математической логики составляет алгебра высказываний. Алгебра логики используется при построении основных узлов ЭВМ – шифратора, дешифратора, сумматора.

***Логическое высказывание*** – это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Простое высказывание, содержащее только одну мысль - ***логическая переменная***. Обозначается прописными (большими) буквами латинского алфавита (например, А, В, С) и могут принимать лишь два значения ИСТИНА (1) и ЛОЖЬ (0).

Над высказываниями можно производить определенные логические операции, в результате которых получаются новые *составные (сложные) высказывания*.

***Логические операции*** – логические действия. К ним относятся:

1. *Конъюнкция (логическое умножение - И)* – обозначение «&» и « ۸». Результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А | В | А ۸ В |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

1. *Дизъюнкция (логическое сложение - ИЛИ)* – обозначение «۷». Результат будет истинным тогда, когда истинно хотя бы одно из высказываний.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А | В | А ۷ В |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

1. *Инверсия (логическое отрицание – НЕ*) - обозначение «¬» и «¯» (Ā). Результат будет истинным, если исходное высказывание ложно, и наоборот, ложным - если исходное высказывание истинно.

|  |  |
| --- | --- |
| А | Ā |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

1. *Эквивалентность* - обозначение «*~*». Результат будет истинным тогда, когда оба исходных высказывания либо истинны, либо ложны.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А | В | А *~* В |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

1. *Импликация (логическое следование)* - обозначение «→». Результат будет ложным только тогда, когда из истинного высказывания следует ложное.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| А | В | А → В |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

При выполнении логических операций определен следующий порядок их выполнения: инверсия, конъюнкция, дизъюнкция. Для изменения указанного порядка используются скобки.

Например, А ۷ В & С → (А ۷ В) & С

Каждое составное высказывание можно выразить в виде ***логического выражения*** (формулы), в которое входят *логические переменные*, обозначающие высказывания, и *знаки логических операций*, обозначающие логические функции.

Решение логических выражений записывают в виде ***таблиц истинности*** – таблиц, в которых по действиям показано, какие значения принимает логическое выражение при всех возможных наборах его переменных.

Для составления таблиц истинности необходимо:

* определить количество строк в таблице ( 2n, n – количество переменных);
* определить количество столбцов в таблице (= количество логических переменных + количество логических операций);
* установить последовательность выполнения логических операций;
* построить таблицу, указывая названия столбцов и возможные наборы значений исходных логических переменных;
* заполнить таблицу истинности по столбцам.

Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются *равносильными* – обозначение «=».

В алгебре высказываний можно проводить тождественные преобразования, заменяя одни высказывания равносильными им другими высказываниями, применяя следующие ***свойства логических операций***:

1. *коммутативность*

А ۸ В = В ۸ А

А ۷ В = В ۷ А

1. *закон идемпотентности*

А ۸ А = А

А ۷ А = А

1. *двойное отрицание*
2. *сочетательные (ассоциативные) законы*

А ۷ (В ۷ С) = (А ۷ В) ۷ С = А ۷ В ۷ С

А ۸ (В ۸ С) = (А ۸ В) ۸ С = А ۸ В ۸ С

1. *распределительные (дистрибутивные) законы*

А ۸ (В ۷ С) = (А ۸ В) ۷ (А ۸ С)

А ۷ (В ۸ С) = (А ۷ В) ۸ (А ۷ С)

1. *поглощение*

А ۷ (А ۸ В) = А

А ۸ (А ۷ В) = А

1. *склеивание*

(А ۸ В)۷ ( ۸ В) = В

(А ۷ В) ۸ ( ۷ В) = В

1. *операции отрицания*

А ۸ = 0

А ۷ = 1

1. *операции с константами*

А ۸ 1 = А , А ۷ 1 = 1

А ۸ 0 = 0 , А ۷ 0 = А

1. *законы де Моргана*

(1-ый закон)

(2-ой закон)